特集：高輝度X線(Ⅱ)—MR放射光利用—

§6. 利用実験

6-6. SR X線の2光子相関

菊田 惺志*，国宗 依信*†，依田 芳卓*
泉 弘一*†，小山 一郎*，矢橋 牧名*
張 小威**，安藤 正海**，原見 太幹***
*東京大学大学院工学系研究科，**高エネルギー物理学研究所放射光実験施設，
***日本原子力研究所関西研究所

Two-Photon Correlations in X-Rays from a Synchrotron Radiation Source

Seishi KIKUTA*, Yorinobu KUNIMUNE*†, Yoshitaka YODA*,
Koichi IZUMI*†, Ichiro KOYAMA*, Makina YABASHI*,
Xiao-Wei ZHANG**, Masami ANDO** and Taikan HARAMI***
*School of Engineering, University of Tokyo
**Photon Factory, National Laboratory for High Energy Physics
***Japan Atomic Energy Research Institute

The intensity correlation experiment in a visible light made by Hanbury Brown and Twiss is extended to that in X-rays. Correlations in 14.4 keV X-ray photons from a synchrotron radiation source are observed by the coincidence counting technique. High brilliance of synchrotron radiation available in the TRISTAN Main Ring enables the observation of two-photon correlations with a reasonable measurement time.

1. Youngの干渉実験と1次コヒーレンス度

干渉現象はコヒーレンスの概念と結びつけて議論される。Youngの2つのスリットによる干渉実験は1次のコヒーレンスが関係する。2つの時空点 $(\boldsymbol{r}_1 t_1)$, $(\boldsymbol{r}_2 t_2)$ における輻射場から1次のコヒーレンス度はつぎのように定義される。

$$\gamma^{(1)}(\boldsymbol{r}_1 t_1, \boldsymbol{r}_2 t_2) \equiv \gamma_{12}^{(1)}(\tau) = \frac{|\langle \boldsymbol{E}^*(\boldsymbol{r}_1 t)\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}_2 t+\tau)\rangle|}{|\langle |\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}_1 t)|^2\rangle|\,|\langle |\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}_2 t+\tau)|^2\rangle|}. \quad (1)$$

ここで $\tau = t_1 - t_2$。光の場は定常的であるうえにergodicであるとしているので，母集団平均 $\langle \cdots \rangle$ は時間平均でおきかえられる。2つの時空点の光は $\gamma_{12}^{(1)} = 1$ のとき1次にコヒーレントであり，$\gamma_{12}^{(1)}$

* 東京大学大学院工学系研究科 〒113 文京区本郷7-3-1
TEL 03-3812-2111 (内6825) FAX 03-5689-8257 e-mail kikuta@kohsai.t.u.-tokyo.ac.jp
† 現在 日本電気㈱

＝0のとき1次にコヒーレントでないといわれる。$\gamma_{12}^{(1)}$ がそれらの中間の値のとき，部分的に1次にコヒーレントであるという。

1次のコヒーレンス度は2つの時空点での場の相関の程度を示すが，特に同一位置における時間的な相関 $\gamma_{11}^{(1)}(\tau)$ は時間的コヒーレンスを表し，同一時刻における空間的な相関 $\gamma_{12}^{(1)}(0)$ は空間的コヒーレンスを表す。パワースペクトル密度の等しい2つのビームを重ね合わせたときに，その光のパワースペクトル密度も同じ分布をもつ場合，クロススペクトル純粋性があるという。この条件が満たされるとき1次のコヒーレンス度は時間部分と空間部分の積として

$$\gamma_{12}^{(1)}(\tau)=\gamma_{11}^{(1)}(\tau)\gamma_{12}^{(1)}(0) \tag{2}$$

が成り立つ。

時間的コヒーレンスは光源のスペクトルによって決まる。Wiener-Khintchine の定理によれば，$\gamma_{11}^{(1)}(\tau)$ は正規化された強度のスペクトル密度（パワースペクトル密度）とフーリエ変換の関係にある。パワースペクトル密度が中心振動数 ν_0，標準偏差 σ_ν のガウス分布の場合，

$$\gamma_{11}^{(1)}(\tau)=\exp(-2\pi^2\sigma_\nu^2\tau^2)\exp(-2\pi i\nu_0\tau) \tag{3}$$

が得られる。

一方，空間的コヒーレンスは光源の空間的強度分布によって決まる。van Cittert-Zernike の定理によれば，大きさをもつ準単色光源によって照らされた平面上の2点における $\gamma_{12}^{(1)}(0)$ は光源と同じ大きさ，同じ形の開口によって生ずる回折図形の振幅に比例する。その際，開口上での光源の振幅分布は光源上の強度分布に比例するようにとられる。光源の強度分布が標準偏差 σ_x, σ_y のガウス分布をしている場合，

$$\gamma_{12}^{(1)}(0)=\exp\left(-\frac{\sigma_x^2k_x^2}{2}\right)\exp\left(-\frac{\sigma_y^2k_y^2}{2}\right) \tag{4}$$

が得られる。

2.　Hanbury Brown-Twiss の強度相関実験と2次コヒーレンス度

Young の実験は1光子による振幅の干渉であるのに対し Hanbury Brown-Twiss の実験は2光子が関わる強度の干渉である。Hanbury Brown-Twiss の強度相関実験は2次のコヒーレンス度が関係する。2つの時空点 $(\boldsymbol{r}_1\,t_1)$, $(\boldsymbol{r}_2\,t_2)$ における輻射場から2次のコヒーレンス度はつぎのように定義される。

$$\gamma^{(2)}(\boldsymbol{r}_1\,t_1,\,\boldsymbol{r}_2\,t_2;\,\boldsymbol{r}_2\,t_2,\,\boldsymbol{r}_1\,t_1)\equiv\gamma_{12}^{(2)}(\tau)$$
$$=\frac{\langle I(\boldsymbol{r}_1\,t)I(\boldsymbol{r}_2\,t+\tau)\rangle}{\langle I(\boldsymbol{r}_1\,t)\rangle\langle I(\boldsymbol{r}_2\,t+\tau)\rangle}. \tag{5}$$

同時に $\gamma_{12}^{(1)}=1$ と $\gamma_{12}^{(2)}=1$ が成り立つとき，2時空点での光は2次にコヒーレントであるといわれる。

カオス光の2次のコヒーレンス度は

$$\gamma_{12}^{(2)}(\tau)=1+|\gamma_{12}^{(1)}(\tau)|^2 \tag{6}$$

のように1次のコヒーレンス度と関係づけられる。クロススペクトル純粋性の条件が満たされるとき，(6)は(2)により

$$\gamma_{12}^{(2)}(\tau)=1+|\gamma_{12}^{(1)}(0)|^2|\gamma_{11}^{(1)}(\tau)|^2 \tag{7}$$

のようになる。さらに(3), (4)を用いて

$$\gamma_{12}^{(2)}(\tau)=1+\exp\{-(\sigma_x^2k_x^2+\sigma_y^2k_y^2)\}$$
$$\times\exp(-4\pi^2\sigma_\nu^2\tau^2) \tag{8}$$

となる。

3. X線光学系と測定系

MRは本実験に対しては電子エネルギー10 GeV，ビーム電流8～10 mA, 8バンチモードで運転された。電子ビームのパルス幅は60 ps，パルス間隔は10 μsである。ビームサイズは水平，垂直方向でそれぞれσ_x=169 μm, σ_y=53 μsと見積もられている。X線アンジュレーターからの14.4 keVの準単色光が用いられた。

強度相関を観測する方法には2通りある。ひとつはHanbury Brown-Twissの実験のように2つの検出器から得られる電流のゆらぎを相関器に導き，強度相関を求める方法である。もうひとつは2つの検出器で光子を計数し，それらのコインシデンスから2光子の相関を求めるものである。この方法は光の強度が弱い場合に適しており，本実験で用いられた。放射光のパルス幅は60 psで，検出器の時間分解能～0.5 nsに比べてかなり短いので，1つのバンチを分解して見ることはできない。ここでのコインシデンスは1バンチあたりに2光子が検出される事象である。実際にコインシデンスレートを測定する方法としては，ビームをスプリッターで2分割して，検出された2つの光のパルス信号をAND回路（コインシデンス・ユニット）に通すというものを採用した。スプリッターで光がちょうど半分ずつに分けられたとしても，この方法ではすべてのコインシデンスレートのうちの半分が捨てられてしまうことになる。それは2つの光子がどちらか一方の検出器に到達する場合は計測にかからないためである。もし検出器の時間分解能がバンチの中を時分割して見られるほどよければ，スプリッターを用いる必要はない。

実験の光学系を図1に示す。まず上流のSi(400)の2結晶モノクロメーターでΔE=0.4 eV程度まで分光する。ここからの出射強度はイオンチェンバーでモニターされる。イオンチェンバーを出たビームはまずスリットで横10 mm×縦1 mmにしぼる。スリットを通過した後，狭バンド幅シリコン結晶モノクロメーターに入る。このモノクロメーターのバンド幅がビームの時間的コヒーレンスを決める。狭バンド幅モノクロメーターはSi(422)の非対称チャネルカットとSi(12 2 2)の対称チャネルカットを入れ子型にしたもので，エネルギー幅はΔE=6 meVである。受け入れ発散角は5.7″と広い。ビームのスペクトルにガウス分布を仮定すれば，コヒーレンス時間は0.66 psと見積もられる。

続いてビームは精密スリットで数10 μmにしぼられる。このスリットの大きさがビームの空間的コヒーレンスを決める。検出器の位置でのアンジュレーターからのビームの横方向のコヒーレンス幅は，大体水平方向15 μm×垂直方向50 μmと見積もられているので，目安としてこれと同程度のスリット幅にする。時間的コヒーレンスはあまり高くないので，空間的コヒーレンスを高める必要がある。精密スリットを通過したビームの強度はビームフラックスモニターによりモニターされる。その検出器にはNaIシンチレーション検出器が用いられた。この後でビームをシリコン結晶板のビームスプリッターで2つに分ける。対称

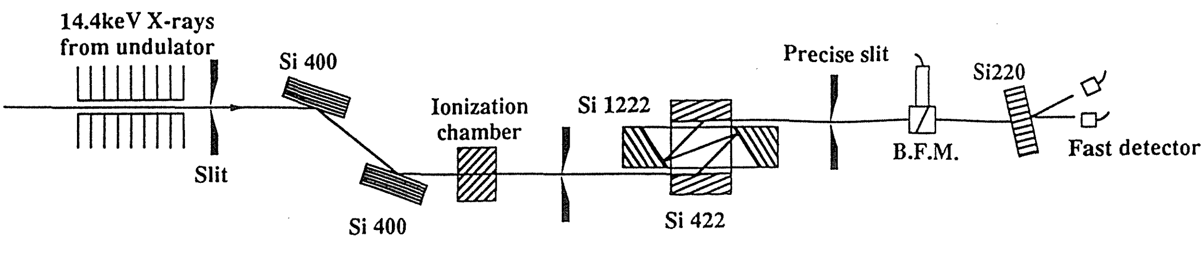

Figure 1. Schematic side view of the experimental setup.

ラウエケースの220反射，厚さ4 mmで，透過方向と回折方向に強度的にほぼ等しくなる。

スプリッターで2つに分けたX線はアバランシェ・フォトダイオード検出器（APD）で計測された。APDの長所は，時間分解能が0.3～0.5 nsと非常に良い点である。APDの短所は検出効率が低い点であるが（数％～10％程度），APDの表面に対してX線を斜めに入射することによりX線が通過する空乏層を実効的に厚くして，効率を90％ぐらいに高めた。

図2に計測のブロック図を示す。測定系で重要なのはコインシデンスレートRを得ることと，規格化のためのリング1周分の遅延を与えたものとのコインシデンスレートR_0を得ることである。R_0の測定精度を上げるためにリング2周分，3周分と4周分の遅延を与えたものとのコインシデンスも測定し，それらの平均をR_0とした。

4.　2次コヒーレンス度の求め方

実際の実験条件を考慮すれば，(8)で表される2次のコヒーレンス度は低くなる。時間的には放射光のパルス幅，空間的には検出面のサイズが影響する。それぞれがコヒーレンス時間とコヒーレンス面積に比べて無視できないからである。

まず時間的には(8)の$\gamma_{12}^{(2)}(\tau)$を放射光のパルス幅τ_bにわたって積分する。$\tau=t_1-t_2$とすると

$$\gamma_{12}^{(2)}=\frac{1}{\tau_b^2}\int_{-\tau_b/2}^{\tau_b/2}\int_{-\tau_b/2}^{\tau_b/2}[1+\exp\{-(\sigma_x^2k_x^2+\sigma_y^2k_y^2)\}\times\exp\{-4\pi^2\sigma_\nu^2(t_1-t_1)^2\}]dt_1dt_2$$
$$=1+\exp\{-(\sigma_x^2k_x^2+\sigma_y^2k_y^2)\}M_t^{-1} \tag{9}$$

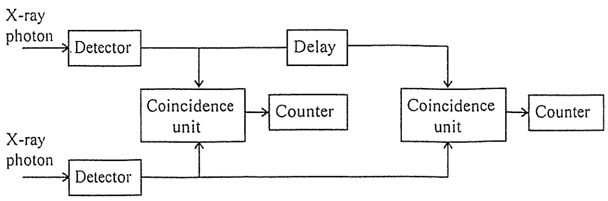

Figure 2.　Block diagram of the photon counting system.

となる。ただし

$$M_t^{-1}=\frac{\tau_c}{\tau_b}erf\left(\sqrt{\pi}\,\frac{\tau_b}{\tau_c}\right)-\frac{1}{\pi}\left(\frac{\tau_c}{\tau_b}\right)^2\times\left[1-\exp\left\{-\pi\left(\frac{\tau_b}{\tau_c}\right)^2\right\}\right]. \tag{10}$$

ここで$erf(x)$は誤差積分関数である。

$$erf(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-z^2}dz. \tag{11}$$

τ_cはコヒーレンス時間で，$\tau_c=1/(2\sqrt{\pi}\,\sigma_\nu)$。$M_t$の$\tau_b/\tau_c$依存性を**図3**に示す。**図3**より$\tau_b/\tau_c$が極限的な値をとるときの$M_t$の値がわかる。

$$\tau_c\ll\tau_b \text{ のとき } M_t\cong\tau_b/\tau_c,$$
$$\tau_c\gg\tau_b \text{ のとき } M_t\cong 1.$$

M_tはこのように1以上の値であり，パルス幅内にあるビームのコヒーレンスセルの数として解釈できる。M_tの式の形はビームのスペクトル形状に依存するが，上のような極限的な振る舞いはスペクトルに関係ない共通の性質である。

続いて(9)の$\gamma_{12}^{(2)}$を検出面にわたって積分する。その際，**図4**に示すように検出面を$d_x\times d_y$の矩形，光源面と検出面の距離をD，検出面の中心

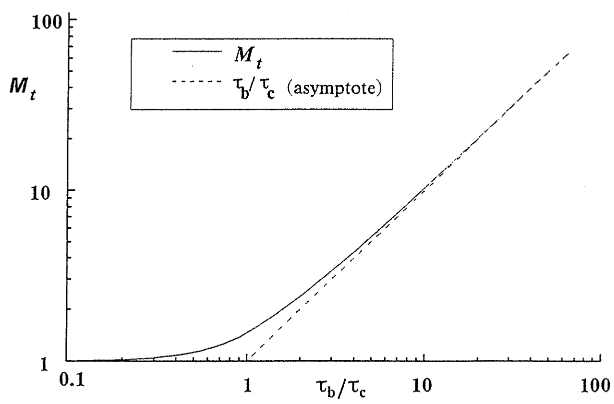

Figure 3.　Dependence of M_t on τ_b/τ_c.

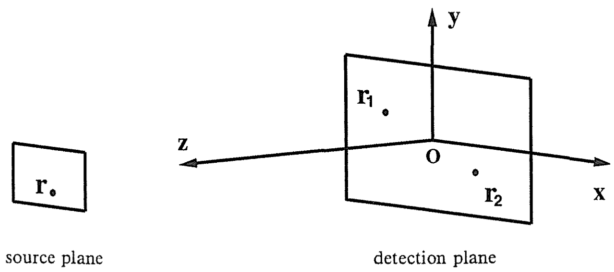

Figure 4. Geometrical arrangement for calculating the integrated second-order degree of coherence.

を原点 O, 光源面の中心座標を $(0, 0, D)$, 光源面上のある1点を $\boldsymbol{r}=(x, y, D)$, 検出面上のある2点を $\boldsymbol{r}_1=(x_1, y_1, 0)$, $\boldsymbol{r}_2=(x_2, y_2, 0)$ とする。次式で $k_x=2\pi\Delta x/(\lambda_0 D)$, $k_y=2\pi\Delta y/(\lambda_0 D)$ である。ここで, λ_0 は中心波長, $\Delta x=x_1-x_2$, $\Delta y=y_1-y_2$。

$$\gamma^{(2)}=\frac{1}{d_x^2 d_y^2}\int_{-d_x/2}^{d_x/2}dx_1\int_{-d_x/2}^{d_x/2}dx_2\int_{-d_y/2}^{d_y/2}dy_1\int_{-d_y/2}^{d_y/2}dy_2 \times[1+\exp\{-(\sigma_x^2 k_x^2+\sigma_y^2 k_y^2)\}M_t^{-1}] =1+M_x^{-1}M_y^{-1}M_t^{-1} \tag{12}$$

となり, 空間と時間に対して積分された2次のコヒーレンス度が得られる。ただし

$$M_x^{-1}=\frac{l_x}{d_x}\,erf\left(\sqrt{\pi}\,\frac{d_x}{l_x}\right)-\frac{1}{\pi}\left(\frac{l_x}{d_x}\right)^2 \times\left[1-\exp\left\{-\pi\left(\frac{d_x}{l_x}\right)^2\right\}\right] \tag{13}$$

$$M_y^{-1}=\frac{l_y}{d_y}\,erf\left(\sqrt{\pi}\,\frac{d_y}{l_y}\right)-\frac{1}{\pi}\left(\frac{l_y}{d_y}\right)^2 \times\left[1-\exp\left\{-\pi\left(\frac{d_y}{l_y}\right)^2\right\}\right] \tag{14}$$

ここで, $l_x=\lambda_0 D/(2\sqrt{\pi}\,\sigma_x)$, $l_y=\lambda_0 D/(2\sqrt{\pi}\,\sigma_x)$ は x 方向と y 方向のコヒーレンス幅である。時間積分の場合と同様に M_x, M_y の振る舞いは

$$l_x \ll d_x \text{ のとき } M_x\cong d_x/l_x,\quad l_x \gg d_x \text{ のとき } M_x\cong 1$$
$$l_y \ll d_y \text{ のとき } M_y\cong d_y/l_y,\quad l_y \gg d_y \text{ のとき } M_y\cong 1$$

とかける。M_x, M_y はそれぞれの方向の検出面サイズ内に存在するコヒーレンスセルの数と解釈でき，それぞれが1以上の値をとる。このように，時間積分と空間積分はよく類似している。それを対比させたのが**表1**である。いま

$$M=M_x M_y M_t \tag{15}$$

とおけば，M は空間と時間の全体を考慮したコヒーレントセルの数を表し，(12)は

$$\gamma^{(2)}=1+M^{-1} \tag{16}$$

となる。

この実験の場合，検出器においてX線光子の入射により一定時間内に K 回の光電子放射を観測する確率，すなわち光電子計数分布はつぎのように指数部分が負の2項分布で与えられる。

$$P(K)=\frac{\Gamma(K+M)}{\Gamma(K+1)\Gamma(M)}\left(1+\frac{M}{\bar{K}}\right)^{-K} \times\left(1+\frac{\bar{K}}{M}\right)^{-M} \tag{17}$$

Table 1. Comparison of parameters relevant to temporal and spatial coherence

time		space (x direction)		space (y direction)	
frequency width	σ_ν	source size	σ_x	source size	σ_y
pulse width	τ_b	detection area	d_x	detection area	d_y
coherence time	τ_c	coherence width	l_x	coherence width	l_y
no. of coherence cell	M_t	no. of coherence cell	M_x	no. of coherence cell	M_y

ここで$\bar{K}$は光電子放射の平均回数である。いまの場合$M \gg 1, \bar{K} \ll 1$である。$\Gamma(a)$はガンマ関数である。(17)を$K=0, 1, 2$に対して具体的に書き下す。

$$\left.\begin{aligned} P(0) &= \left(1+\frac{\bar{K}}{M}\right)^{-M}, \\ P(1) &= \frac{M\bar{K}}{M+\bar{K}}\left(1+\frac{\bar{K}}{M}\right)^{-M}, \\ P(2) &= \frac{M(M+1)\bar{K}^2}{2(M+\bar{K})^2}\left(1+\frac{\bar{K}}{M}\right)^{-M}. \end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

この表式から$P(K)$は$\bar{K}^K$に比例してKの増加とともに激減する。そのためKが3以上の場合は無視できる。

そこで1バンチあたりにスプリッターを通過して計数される光子数を2個とし，そのうちのpの割合の光子が一方の検出器へ，$1-p$の割合の光子が他方の検出器に到達するものとする。計測のブロック図の**図2**に示すように2つの検出器からの出力パルスのコインシデンスをとったときにコインシデンスレートRが計数されるのは，2個の光子が両方の検出器に分かれる場合で，

$$R \propto P(2)2p(1-p) \qquad (19)$$

となる。またコインシデンスレートRを規格化するためのランダム・コインシデンスレートR_0が計数されるのは，光子があるバンチから出て一方の検出器で1個計数され，1周後（あるいは2〜4周後）のそのバンチから他方の検出器で1個計数される場合で，

$$R_0 \propto P(1)pP(1)(1-p) \qquad (20)$$

となる。(19)と(20)から

$$\begin{aligned} \frac{R}{R_0} &= \frac{2P(2)}{P(1)^2} \\ &\cong 1+M^{-1}+\bar{K} \\ &\cong \gamma^{(2)}+\bar{K} \end{aligned} \qquad (21)$$

のようになる。つまり，同じ強度（$\bar{K}$）で相関のある場合とない場合にR/R_0を求めることにより積分された2次のコヒーレンス度$\gamma^{(2)}$が得られる。

5. 観測結果と考察

測定は，精密スリットの縦方向の幅を40 μmに固定して横方向の幅20, 40, 60, 500と1000 μmの5通りに変化させて行った。その結果をグラフに描いたのが**図5**である。計算の際コヒーレンスに関わる値として$\tau_c=0.66$ ps, $l_x=14$ μm, $l_y=46$ μm, $M_t^{-1}=0.011$, $M_y^{-1}=0.734$が用いられた。**図5**で$\gamma^{(2)}=1.0$の水平の点線はランダム・コインシデンスレートに対応する。この線より上側の部分がコインシデンスレートのエンハンスメントである。精密スリットの横幅が20 μmのときのコインシデンスレートの増加の部分は統計誤差の4倍ぐらいあるので，バンチング効果は明確に観測されたといえる。

ランダム・コインシデンスレートに対するコイ

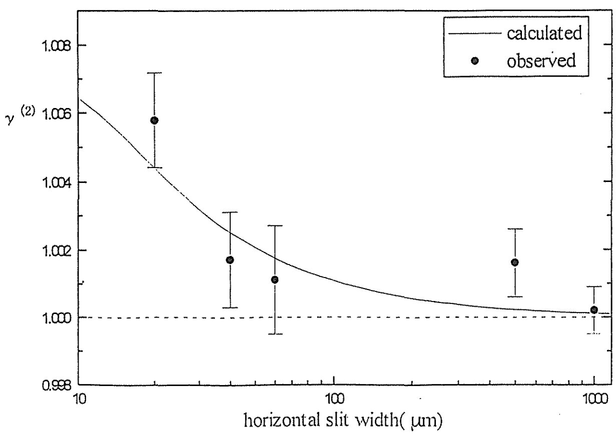

Figure 5. Variation of the integrated second-order degree of coherence $\gamma^{(2)}$ with the horizontal shit width. The error bars show the statistical errors.

ンシデンスレートの増加率は最大でも0.6%にすぎなかった。もっと際立った相関を観測するには，X線ビームの時間的コヒーレンスを高める必要がある。コヒーレンス時間が放射光のパルス幅60 psに等しい場合が最適条件であるが，そのときビームのエネルギー幅は$\Delta E \sim 70\ \mu$eVである。このエネルギー幅のモノクロメーターを作成することは難しい。実際的には少なくともバンド幅がサブミリeVのモノクロメーターを実現させることであろう。あるいは強度が許せばバンド幅が1 μeV以下の核共鳴散乱のモノクロメーターを用いることである。

Hanbury BrownとTwissは強度相関の現象を星の視直径を測定するのに利用したが，本実験で高精度の強度相関のデータが得られるようになれば，蓄積リングの電子ビームサイズの測定が可能となる。

カオス光においては2光子の相関でエンハンスメントが観測されるが，レーザー光ではエンハンスメントはない。近い将来X線領域での自由電子レーザーの開発が進むと期待されるが，その際インコヒーレントSRからコヒーレントSRへの遷移を光子相関の手法で解析することができる。

本研究を遂行するにあたりMR放射光推進室とトリスタン加速器グループの方々から受けた多くの支援に深謝する。

参考文献

1) R. Loudon: The Quantum Theory of Light, Oxford University Press, 1973.（小島忠宣・小島和子訳：光の量子論，内田老鶴圃新社，1980）.
2) J. W. Goodman: Statistical Optics, John Wiley & Sons, 1985.（武田光夫訳：統計光学，丸善，1992）.
3) R. Hanbury Brown and R. Q. Twiss: Nature **177**, 27 (1956).
4) E. Ikonen: Phys. Rev. Lett. **68**, 2759 (1992).