

# 光誘起構造相転移における非線形性と巨視的振動現象

# 岩野 薫

高エネルギー加速器研究機構 物質構造科学研究所\*

# Nonlinearity and Macroscopic Oscillatory Phenomena in Photoinduced Structural Phase Transitions

Kaoru IWANO

Institute of Materials Structure Science High Energy Accelerator Research Organization

#### Abstract

We discuss photoinduced structural phase transitions from the viewpoints of "nonlinearity," which is defined as that in the phase-converted fraction with respect to the absorbed photon number, and "macroscopic oscillatory phenomena" seen during their transient processes.

# 1. はじめに

近年「光誘起相転移」が話題になっている1)。既に物理 学会の領域5(光物性分野)においては発表件数が毎回20 件を軽く超え、その関心の高さがうかがわれる。一方で他 分野の研究者からはまだ時々「光誘起相転移って何?」と いう質問を受けることがある。新しい現象であるからそれ もまだやむなしとはいえ、現象の面白さを考えるともっと 多くの研究者に興味を持たれてもいいと思う。特に放射光 との関係は今後大いに発展することが期待される。その最 たるものが「時間分解X構造解析」であり、構造(格子, 電荷、スピンなど)が系全体で大域的に変化する本現象は そのような手法の絶好のターゲットになると考えられる。 実際,そのような試みは ESRF において Cailleau らのグ ループによって着手され、初期データも既に出始めている ようである<sup>2)</sup>。筆者自身は理論家であるのでその取り組み の詳細を紹介することは出来ないが、筆者の所属するフォ トンファクトリー (PF) においても同様のテーマが将来 計画の一つの柱として取り挙げられていることは真に頼も しく嬉しい限りである。

本稿ではこのような状況を考慮して,放射光と直接関係 あると言うよりはもっと一般的に「光誘起相転移とは何 か?」という問題について筆者なりに答える。まず,**Fig.** 1を見ていただきたい。これは光誘起相転移のかなり粗っ ぽい概念図であるが,垂直矢印で示したような光吸収(可 視光またはそれ以外)によって基底状態からから励起され た系がある特別な経路を辿って一種の準安定相に緩和する ことが表されている。もちろんこの新たな相は一種の励起 状態であるから時間が経てばいつかは基底状態に緩和する が,しかし,元々の基底状態とほぼ巨視的に直交するので その寿命は原理的に非常に長くなり得る。これが光誘起相 転移にほかならない。もちろん,このような説明はあまり



Figure 1. Schematic picture of a photoinduced phase transition.

に簡単過ぎ,実際はいろいろな基本的な疑問が湧いてく る。例えば,「どのような光励起なら相転移が起きるの か?」あるいは,「『特別な経路』とは何か?」などなどで ある。ただし,そういった疑問・問題を全部扱いながら全 般的なレビューをすることは筆者の手に余ることである し,また本コーナーの性格にふさわしくもないであろう。 そこで,多少筆者の独断になるが,光誘起相転移において 筆者が重要と考える2側面(非線形性と巨視的振動現象) を実際の例で紹介し,それを簡単化された理論モデルを使 って詳しく説明したい。もちろん,ここで取り上げること 以外にも重要な側面はあり,例えばそれは「ふ化時間」<sup>3)</sup> や「光誘起相における対称性の破れ」<sup>4)</sup>であるが,それら については末尾の文献を参考にして頂きたい。

#### 実現系の具体例

光誘起相転移の現実系は多岐にわたっている。実際,現 在までに確認されているのは共役高分子<sup>5,6)</sup>,中性イオン 性相転移系<sup>7-10)</sup>,スピンクロスオーバー錯体<sup>3)</sup>,Mn酸化 物<sup>11)</sup>,金錯体<sup>12)</sup>,MMX 錯体<sup>13)</sup>などであり,比較的性格 の異なる系が「光誘起相転移」というキーワードで括られ

\* 高エネルギー加速器研究機構物質構造科学研究所 〒305-0801 茨城県つくば市大穂 1-1 TEL: 029-864-5593 FAX: 029-864-5623 E-mail: kaoru.iwano@kek.jp



Figure 2. Two phases of TTF-CA.

ている。その一つ一つについては末尾の文献を参考にして 頂くとして,ここでは2番目の「中性イオン性相転移系」 の一種,tetrathiafulvalene-p-chloranil(以下,TTF-CA) に焦点を当てる。この系は後述のように電子が比較的自由 に動ける「遍歴電子系」であり,従ってそのような系の光 誘起相転移はスピンクロスオーバー錯体に代表される局在 スピン系のそれとは対照的で興味深い。また,もっとも精 力的に研究されているものの一つでもあるため多くの重要 な知見が得られている。

まず,TTF-CAは**Fig.2**に示すようにドナー分子(D: TTF)とアクセプター分子(A:CA)がa軸方向に交互 積層した構造を持つ。その基底状態は「イオン性」すなわ ち $D^{+\rho}A^{-\rho}$ ( $\rho \sim 0.7$ )のような電荷移動が起き,かつ, DAペアごとに2量体化した状態である。一方,中性状態 では電荷移動が起きず各分子はほぼ中性( $\rho \sim 0.3$ )で各 DA間隔はすべて等しい。この中性相(N)は転移温度約 81K以上で安定相となるが,転移温度以下の温度域(イ オン性相(I))において光によって中性相を発生させるこ とが既に実現されており,その変換の割合(converted fraction)は励起光波長にも依るが最大で100%近くにも 及ぶ<sup>8)</sup>。

問題はこの光誘起 I-N 転移のメカニズムの詳細で、そ の解明を狙った研究の一つが岩井等によるフェムト秒反射 率測定である<sup>10)</sup>。Fig. 3(a)に最低電荷移動励起吸収帯 (~0.65 eV)を光照射した後の反射率(分子内遷移に対応 するエネルギー)の時間変化を示す。図から明らかのよう に強励起(高励起密度)と弱励起(低励起密度)では本質 的な差異があり,前者では準安定な反射率変化(N相ド メイン生成に対応する)が残るのに対し,後者では300 ps 程度の時定数で減衰する。このような励起密度による違い をよりはっきり示したのが Fig. 3(b) であり, 4K におい て、励起直後 ( $\tau_D = 2 \, \text{ps}$ ) における励起密度と反射率変化 (converted fraction と読み変えられる) との間の線形の関 係が励起後500 ps では非線形に変化していることが分か る。これに対して77Kにおいてはこのような非線形性は 見られない。77Kという温度は熱相転移温度(81K)に 近く、後述の理論結果を先取りしてしまうと、中性ドメイ ン形成のために必要なドメイン壁の生成エネルギーが1 次転移ではあるが比較的小さいためと解釈される。ちなみ  $c_{0.15 \times 10^{16} \text{ cm}^{-2}}$ 以上の励起密度では  $\tau_D = 2 \text{ ps}$  において 4Kと500K共通に飽和が見られるが、これはI相とN相



Figure 3. (a) Time evolutions of the transient reflectivity changes at 4 K. (b) Transient reflectivity at 2 ps (circles) and 500 ps (squares), as a function of excitation density  $N_{ex}$ . (S. Iwai *et al.* (2002). Phys. Rev. Lett. **88** 057402.)

が吸収の共鳴エネルギーがほぼ同じであることにより1 対1の割合になったためと考えられている。

Fig. 3(a)においてもう一つ興味深いのは両方のカーブ に見られる振動構造であり、より詳しい解析により少なく とも2種類の振動モードが選択的に励起されていること が分かっている。そのうちの一つはI相中に異なる単位体 積を有するN相ドメインが突然発生したことによる音波 であり比較的自明と言えるが、もう一つはドメイン成長の 本質に関係していると思われ非常に興味深い。そしてさら に強調するならば、このような振動が観測されると言うこ とは系全体で振動がコヒーレントに起こっていることを意 味し、その意味で「巨視的」と表現できる。

### 3. 理論モデル

さて,前節では TTF-CA を例にとって本稿の主題であ る「非線形性」と「巨視的振動現象」について説明した。 本節では,これらの現象を理論的にどう扱ったらいいかに ついて筆者自身の研究を紹介する<sup>14)</sup>。

#### 3.1 モデル設計

まず第一にモデルについて説明する。前節の冒頭で述べ たように TTF-CA は「遍歴電子系」と大きく分類される ものに属する。また, DA ペアの2量体化が起きることか らも分かるように格子自由度が大きな役割を果たしてい る。このことは TTF-CA のみならず他の多くの実現系に



Figure 4. Two phases of CDW states and the adiabatic potential curves in the ground state and the first excited state. Filled (empty) circles mean double occupied (empty) sites. The lattice distortions are assumed to be  $Q_l = Q(-1)^{l_X}(-1)^{l_Y}$ .

おいても同様であり、例えばポリジアセチレンや MMX 錯体などはその典型例であろう。そこで、本研究ではこれ ら二つの側面のみを取り出した「Holstein 型電子格子相互 作用モデル」<sup>15)</sup>を用いることにする。従って必ずしも TTF -CA に密着したモデルにはなっていないが、一方で、「最 小限の構成要素で何がどこまで言えるのか?」という基本 的な疑問に答えることが出来る。具体的には次のハミルト ニアンを見て頂きたい。

$$H = -\sum_{(l,l')\sigma} t_0 (C_{l\sigma}^{\dagger} C_{l'\sigma} + h.c.) - S \sum_l Q_1(n_l - 1) + \frac{S}{2\omega^2} \sum_l \dot{Q}_l^2 + \frac{S}{2} \sum_l Q_l^2, \qquad (1)$$

ここで,  $C_{l\sigma}^{\dagger}(C_{l\sigma})$ はサイト位置  $l(=(l_x, l_y))$ における  $\sigma(=$ ↑ of ↓) スピンを有する電子の生成(消滅)演算子であり, 一方,Q1は同じサイトにおける格子変位である。パラメ  $y-t_0, S$ ,および $\omega$ はそれぞれ,電子のトランスファー エネルギー、電子格子相互作用エネルギー、格子振動数で あり, h.c. はエルミート共役, n1は1番目のサイトの電子 数  $(\Sigma_{\sigma}C_{l\sigma}^{\dagger}C_{l\sigma})$  である。このモデルにおいてはいろいろな 幾何学的形状が考えられるが、今回は後で述べるような理 由により2本の鎖が平行に並んだ「梯子形」を想定する (Fig. 4 等を参照)。なお、定義として、x 方向が鎖に平行 な方向, y 方向が鎖に垂直な方向とする。このような系に ちょうどサイト数と同じ数の電子を詰めた場合の基底状態 は電荷密度波状態(CDW)と呼ばれ、大雑把に言って電 子が2個入ったサイトと空のサイトが交互に並び,それ に応じて格子変位もそれぞれ +  $Q_0$  および –  $Q_0$  ( $Q_0$  は正) の値を取る。さらにこのような状態は Fig. 4 に示される ようにサイトの入れ替えにより互いに変換されエネルギー 的に縮退しているが、状態間の高いエネルギー障壁(これ はサイト数に比例する)により絶対0度では互いに移り 変わることは出来ない。そこで登場してくるのが光であ り、励起状態を経由して相互転換をさせることを考える。

それでは次の問題として,どのようにしてそのような相 互変換を起こせばいいであろうか? まず,重要なのは,



Figure 5. Adiabatic potential curves as a function of the domain size  $(l_0)$ .

系全体を一様に変化させると非常に大きなエネルギーを要 するので、そうならないようにまず局所的な「種」を作り それを序々に拡げるという事である。Fig.5にそのよう な格子変形に対応する断熱ポテンシャル曲線をドメインの 広がり(し)の関数として描いた。用いたパラメターの値 は S=1.0である(以下すべて to を単位とする。)。ここで 一番下側の曲線は基底状態のそれであり、その上の n-Ex は n 電子励起状態のうちの最低エネルギー状態に対応す る。図から明らかのように基底状態はもとより 1-Ex 状態 においてもその始状態(*l*<sub>0</sub>=0)のエネルギーが*l*<sub>0</sub>=∞の エネルギー(これは左右のドメイン壁のエネルギーの和に 等しい)を下回るためドメインを拡げることが不可能であ る。対照的に 2-Ex および 3-Ex 状態においてはそのよう なドメイン成長が少なくともエネルギー的に可能である。 より詳しく述べると、このように重要な役割を果たしてい るドメイン壁の生成エネルギーは鎖の数にほぼ比例する。 例えば、1本の場合はほぼ半分でその結果1-Ex状態から のドメイン成長が可能になる一方,4本以上の数の場合は さらに高い非線形性が実現する可能性がある<sup>15)</sup>。さらに もう一点付け加えると,1電子励起状態でも十分高励起な らばドメイン成長が可能と言うことはあり得る。実際, TTF-CA においてもより高い分子内励起吸収帯を励起す るとその「変換割合 vs. 励起強度」の関係は線形になり、 1電子励起でドメイン成長が始まることを示唆してい る<sup>9)</sup>。ここではむしろ光のエネルギーが 1-Ex のそれにチ ューニングされている(すなわち光学ギャップに共鳴して いる)と想定し、そういう比較的自明なケースは扱わない ことにする。

さて、以上からドメイン成長を可能にするには 2-Ex 以 上の状態を形成すればいいことが分かった。では、どうや って 1-Ex 状態に共鳴した光でそのような状態を形成すれ ばいいのであろうか? 答えは簡単で2個以上のフォト ンを同時に(あるいは時間差をおいて)吸収させればいい。 別な言い方をすると、これが最初から何度も言及している 「非線形性」に他ならないし、2個以上のフォトンが協力 して大きな変化をもたらすという一種の「協力現象」とも



Figure 6. Adiabatic potential curve as a function of the 1-Ex to 1-Ex distance  $(l_d)$ . Inset: Shaded circles mean singly-occupied sites.

言える。ただし一つだけ条件が必要で、その2-Ex 状態が 空間的に十分隔たった2つの1-Ex状態よりも安定でなけ ればならない。そうでないと、たちまち解離してしまいド メイン成長の種として機能しなくなる。このことを確かめ るために Fig. 6 に新たな変数, すなわち, ドメイン間距 離(la)を横軸にして断熱ポテンシャル曲線を描いた。図 から明らかのように2つの1-Exの間は引力が働く。従っ て結合 2-Ex 状態は確かにドメイン成長,ひいては相変換 の種として機能できることが分かった。なお, Fig.6 に おいては引力圏内である la<25で多少の凹凸が曲線上に見 られるが、これは 1-Ex の単独緩和状態における格子変位 をそのまま 1-Ex 対に適応したため強調され過ぎている。 実際はもっと滑らかな曲線と考えて問題ない。最後にこの 引力発生のメカニズムであるが、これは例えば水素分子に おけるような結合軌道の形成に他ならず比較的単純なもの である。したがって一般性があり他の系でも存在すること は多いだろうと推測される15)。

### 3.2 計算方法

次に式(1)のモデルの理論的な取り扱いについて簡単に 述べる。まず、既に紹介したような断熱ポテンシャル曲線 (場合によっては面)を描く際は電子間クーロン相互作用 が含まれていないため各格子パターン({Q<sub>l</sub>})に対して厳 密にエネルギーを計算できる。一方、これから紹介する動 力学的計算においては格子自由度は完全に古典的と仮定し 多自由度のニュートン方程式を解くことにする。ただし、 電子自由度は完全に量子的に扱い時間依存のシュレディン ガー方程式を解き、電子の演算子の各時間における期待値 (具体的には 〈n<sub>i</sub>〉)を求め、これを前出のニュートン方程 式のポテンシャル項の一部として用いる。従って,2種の 方程式は連立させて同時に解かなくてはならない。また用 いるパラメターの値は同じくS=1.0,および,格子の古 典的な扱いと矛盾しない出来るだけ小さい振動数ω= 0.005である。最後にシミュレーションの初期条件である が、まず、格子変位およびその運動量に対してガウス的な 揺らぎを  $Q_l(-1)^{l_x}(-1)^{l_y} = Q_0$  ( $Q_0 \simeq 0.38$ : 基底状態配位



Figure 7. Evolutions of time-dependent converted fractions for various excitation densities. The percentage beside each curve specifies the excitation density. (K. Iwano (2002). Phys. Rev. B66 060302.)

の一つ),および, $\dot{Q}_l=0$ のまわりで与える。揺らぎの大きさはその零点振動に対応する程度とし、半古典的な取り扱いをする。一方、電子状態はその揺らいだ格子変位において得られる断熱的な基底状態から数個の電子を励起させた状態を用いる。最終的な答えはそのような揺らぎを含んだ初期条件から得られる終状態をすべてサンプル平均して求めることになる。

## 計算結果の紹介

## 4.1 非線形性

**Fig. 7**に converted fraction の時間発展を各励起密度ご とに示した。まず最初にいくつか定義を説明すると, converted fraction f は次のように定義されている。

$$f \equiv \frac{1}{N} \sum_{l} \theta(-Q_{l}(-1)^{l_{x}}(-1)^{l_{y}})$$
(2)

ここで*N*は全サイト数,  $\theta$ はいわゆるステップ関数であ る。つまり, 関数の引数が負, すなわち,  $Q_l(-1)^{l_l}(-1)^{l_l}$  $\simeq Q_0$ である状態からシミュレーションを始めてどれだけ のサイトが  $Q_l(-1)^{l_l}(-1)^{l_l} \simeq -Q_0$ の側に移ったかを指標 としている(Fig. 4 を参照)。また, 1-8%の数字は excitation density(励起密度)であり, これは(励起された 電子数/全サイト数)で定義される。あるいは(吸収され たフォトン数/全サイト数)と言い換えても良い。横軸は 経過時間であり,  $1/\omega$ でスケールされている。ちなみに  $2\pi/\omega$ が格子振動の1周期なので横軸最大目盛りの  $t\omega$  = 200でだいたい32周期に相当する。

さて、以上のような定義をふまえて **Fig. 7** を眺める と、まず第一に時間の後半で converted fraction がほぼ定 常値になっていることが分かる。そしてその値は励起密度 が高くなると急激に増加している。そこで、この値の後半 時間( $t\omega = 100 \sim 200$ )における時間平均を励起密度(*I*) の関数としてプロットしたのが **Fig. 8** であり、低励起密 度において振る舞いが非線形になっていることが見いださ



Figure 8. Time-averaged converted fraction as a function of the excitation density. The dashed curve corresponds to  $f \propto I^2$ . (K. Iwano (2002). Phys. Rev. B66 060302.)



Figure 9. Fourier intensities of time-dependent converted fractions for various excitation densities. (K. Iwano (2002). Phys. Rev. B66 060302.)

れた。この非線形性は点線で示されるような $f \propto I^2$ のカー ブと比較的近く,前節のモデル設計における予想が正当で あることが確かめられる。ちなみに高い励起密度の側にf $\simeq 50\%$ における飽和が見られるが,これは極度に高い励 起密度においては初期状態のメモリーが失われ,どちらの 相に変換されるかが5分5分になってしまうからである。

## 4.2 巨視的振動現象

Fig. 7 におけるもう一つの顕著なのはその振動的振る 舞いである。これはこの中でもっとも高い励起密度(8%) においてもっとも明瞭であり,その振幅は初期段階では実 に100%近くに及び系全体が激しく振動している,すなわ ち,巨視的であることが分かる。また同じ振動は低い励起 密度においても多少弱まった形であるが共通に見いだすこ とが出来,系に特有の現象としてそのnature に興味が持 たれる。そこで,まず曲線後半のフーリエ分解を行いその 結果を図示したのが Fig. 9 である。図から明かに非自明 なモードの励起が読み取れ,しかも,このモードの振動数 は励起密度が高くなるにつれ大きくなる傾向がある。実 際,ここには図示していないがさらに高い励起密度(12%)でも同様な解析を行いその傾向がさらに進むことも確 認した。それではこのような励起密度との相関を持つ振動



Figure 10. (a) A trajectory obtained from a sample with I=4%. (b) Snapshots in one of the chains  $(l_y=2)$  at time 1–3. (K. Iwano (2002). Phys. Rev. B66 060302.)

モードとは一体どんなものであろうか? それに答えるた めに **Fig. 10**に励起密度4%のある初期条件サンプルから 出発したトラジェクトリと,そのいくつかの時刻における 格子変位のスナップショットを示した。図から分かる通り 格子変位の空間パターンは全系を通じて激しく振動してお り,ブリーザー<sup>16)</sup>(あるいはキンク・反キンク束縛状態) 的な振動体が一種の buckling(反り返り)を繰り返して いる様子が分かる。しかもこのブリーザー的振動体はこの 場合は2個存在し,これらが連なってコヒーレントに系 全体を振動させている。この振動体の数は励起密度を上げ ると増えることが他のケースの解析から分かっており,従 って高励起密度においては振動体間の相互作用により巨視 的振動の振動数が高くなると理解される。

#### 5. 終わりに

以上,筆者自身の理論的研究を中心に「非線形性」と 「巨視的振動現象」と言う2つのキーワードを使って光誘 起相転移の特徴について述べた。最後に幾つか書き残した 点に触れる。

まず第一に巨視的振動の nature について。理論ではブ リーザー的な一種の buckling モードが明瞭に現れた。こ の振動数は当然と言えば当然だが,bare なフォノン振動 数の1/3ほどとかなり高い。一方,TTF-CA の非自明な振 動の周期は既に述べたように約85 ps で,これは DA stretching モードの周期が約1 ps (振動数に直して約100 倍)であることを考慮すると相当にソフト化している。従 って TTF-CA のそれはもっと穏やかな,たとえば,ドメ イン壁の並進モードに関わったものではないかと推測され る。実際現在のモデルでもそのようなモードは存在し、し かもその振動数の bare な振動数に対する比は TTF-CA のそれと同じオーダーになっているおり、それが Fig. 9 の $\Omega/\omega$ のゼロ付近に裾を作っていると考えられる。いず れにしても、実験結果の正確な再現および解釈を与えるに はより現実的なモデルを使う必要がある。

次に格子の量子性について。3.2節でも触れたが、本研 究では格子を古典的に扱った。これをもう少し数学的に定 式化するには、まず、電子格子系における観測量の時刻 t における期待値を経路積分によって表す。そして、いわゆ る stationary phase approximation を用いてその積分の停 留値(パス)を探す。これが3.2節で述べた格子のニュー トン運動方程式と電子のシュレディンガー方程式に他なら ない。一般にはこの近似を称してただ漠然と「古典近似」 と言うことが多いようであるが、そこをもう少し突き詰め てみると、この停留値のまわりの揺らぎの見積もりが重要 であることにすぐに気付く。これは初期条件の取り方にも 依るが、零点振動に対応するものを格子波動関数に与えた 場合、 $\hbar\omega/S \rightarrow 0$ の極限で $\hbar\omega/S$ 程度になる。この事は電 子格子系においては必ずしも自明ではないが純格子系と同 様にそうである。従って、本研究の結果はその極限で厳密 に正しく, さらには ħω/S が十分小さい領域で良い近似に なっていると言える。

最後に時間スケールについて。まず実際の現象である が、例えばTTF-CAにおいてはおよそ100 ps 程度で相転 移の主要な部分が終了するように見える。一方、既に述べ たように「巨視的振動」は周期が85 ps とやはり同じ程度 である。従って、この1/10程度の時間分解能があれば構 造の動的変化の詳細を捉えることが可能になりそうであ る。参考のため理論の時間スケールについても述べると、 例えば  $t_0$  が 1 eV として Fig. 7 の横軸 1 メモリ ( $t\omega$  = 20) が2.6 ps 程度、0.5 eV なら5.2 ps 程度となり、やはり格子 運動が主体となっているため比較的ゆったりとした現象に なっている。このように光誘起相転移の中でも巨視的な構 造変化を伴った「光誘起構造相転移」は時間スケールが速 くてもピコ秒オーダーであり、将来の時間分解構造解析の 有望な対象となると期待される。

#### 謝 辞

この分野の研究を勧めて下さった那須奎一郎先生,実験 的情報を快く提供して頂いた岡本博先生,岩井伸一郎先生 に心から感謝致します。また,本研究は文部科学省科学技 術研究費基盤研究(c)(2)(No. 13640339)として行われ ました。関係者の方に感謝致します。最後に本研究の多く の数値計算は高エネルギー加速器研究機構スーパーコンピ ューターおよび放射光計算機において行われたことを付記 して感謝の言葉と致します。

### 参考文献

- 総説として例えば,那須奎一郎:「科学」(岩波書店,2000 年)第70巻, No. 2, 146頁.
- 2) 例えば,腰原伸也:日本物理学会2002年秋季大会講演概要 集 第57巻,第2号,第4分冊,602頁.
- Y. Ogawa, S. Koshihara, K. Koshino, T. Ogawa, C. Urano and H. Takagi: *Phys. Rev. Lett.* 84, 3181 (2000).
- 4) T. Tayagaki and K. Tanaka: Phys. Rev. Lett. 86, 2886 (2001).
- S. Koshihara, Y. Tokura, K. Takeda and T. Koda: *Phys. Rev. Lett.* 68, 1148 (1992); S. Koshihara, Y. Tokura, K. Takeda and T. Koda: *Phys. Rev. B* 52, 6265 (1995).
- N. Hosaka, H. Tachibana, N. Shiga, M. Matsumoto and Y. Tokura: *Phys. Rev. Lett.* 82, 1672 (1999).
- S. Koshihara, Y. Tokura, T. Mitani, G. Saito and T. Koda: *Phys. Rev. B* 42, 6853 (1990).
- S. Koshihara, Y. Takahashi, H. Sakai, Y. Tokura and T. Luty: J. Phys. Chem. B 103, 2592 (1999).
- 9) T. Suzuki, T. Sakamaki, K. Tanimura, S. Koshihara and Y. Tokura: *Phys. Rev. B* **60**, 6191 (1999).
- 10) S. Iwai, S. Tanaka, K. Fujinuma, H. Kishida, H. Okamoto and Y. Tokura: *Phys. Rev. Lett.* 88, 057402, (2002).
- K. Miyano, T. Tanaka, Y. Tomioka and Y. Tokura: *Phys. Rev. Lett.* 78, 4257 (1997).
- 12) X. J. Liu, Y. Moritomo, M. Ichida, A. Nakamura and N. Kojima: Phys. Rev. B 61, 20 (2000).
- 13) H. Okamoto: *private communication*.
- 14) K. Iwano: Phys. Rev. B 66, 060302 (2002).
- 15) K. Iwano: Phys. Rev. B 61, 279 (2000); ibid. 65, 024302 (2001).
- 例えば, G. L. Lamb, Jr.:「ソリトン」(培風館, 1983年) 142頁.